

UNIVERSITE DE LOME

CONCOURS D'ENTREE A L'ECOLE POLYTECHNIQUE DE LOME (EPL)

Année 2025

TYPE : LICENCE FONDAMENTALE EN SCIENCES DE L'INGENIEUR

PARCOURS : GENIE CIVIL, GENIE ELECTRIQUE, GENIE MECANIQUE, INFORMATIQUE ET
SYSTEME, INTELLIGENCE ARTIFICIELLE ET BIG DATA, LOGISTIQUE ET TRANSPORT

Epreuve de Mathématiques (Durée : 2 heures ; Coef.)

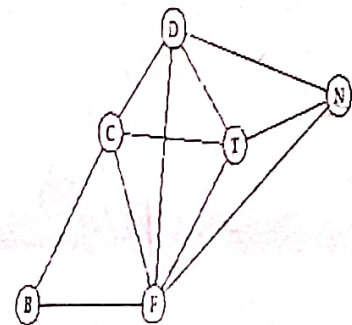
Exercice 1 (10 pts)

- I- Un groupe d'élèves organise une sortie. On a représenté par le graphe ci-contre les sommets B, C, D, F, T, N par lesquels ils peuvent choisir de passer.

Une arête entre deux sommets coïncide avec l'existence d'un chemin entre les deux sommets.

1-a) Recopier et compléter le tableau suivant : (1,5pt)

Sommets	B	C	D	F	N	T
Degré des sommets du graphe						



- b) Justifier que le graphe est connexe. (1 pt)
- 2- Le groupe souhaite passer par les six sommets en passant une fois et une seule par chaque chemin. Démontrer que leur souhait est réalisable. Donner un exemple de trajet possible. (1 pt)
- 3- Le groupe souhaite associer chaque sommet à une couleur de sorte que les sommets reliés par un chemin n'ont pas la même couleur. On note n le nombre chromatique du graphe.
- a) Montrer que $4 \leq n \leq 6$. (1 pt)
- b) Proposer un coloriage du graphe permettant de déterminer son nombre chromatique. (1 pt)

II- Amakao, une jeune diplômée sans emploi, a reçu un fonds et décide d'ouvrir un restaurant. Après un mois d'activité, elle constate que pour un jour donné : la probabilité qu'il y ait une affluence de clients est de 0,6 ; lorsqu'il y a une affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est de 0,7 ; lorsqu'il n'y a pas d'affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est de 0,4. On désigne par A l'évènement « il y a affluence de clients » et par B l'évènement « Amakao réalise un bénéfice ».

1-On choisit un jour au hasard.

- a) Calculer la probabilité de l'évènement E « il y a affluence de clients et Amakao réalise un bénéfice ». (0,5 pt)
- b) Démontrer que la probabilité $P(B)$ de l'évènement B est égale à 0,58. (0,5 pt)
- c) Amakao a réalisé un bénéfice. Calculer la probabilité qu'il y ait eu une affluence de clients ce jour-là. (On donnera le résultat sous forme de fraction irréductible). (0,5 pt)
- 2- Amakao veut faire une prévision sur trois jours successifs donnés. On désigne par X le nombre de fois qu'elle réalise un bénéfice sur les trois jours successifs.
- a) Déterminer les valeurs prises par X. (0,5 pt)
- b) Déterminer la loi de probabilité de X. (On donnera l'arrondi d'ordre 3 des résultats). (1 pt)

- c) Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ de X . (0,5 pt)
- 3- Soit n un nombre entier naturel supérieur ou égal à 2. On note P_n la probabilité que Amakao réalise au moins une fois un bénéfice pendant n jours successifs.
- a) Justifier que, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2 : $P_n = 1 - (0,42)^n$. (0,5 pt)
- b) Déterminer la valeur minimale de n pour qu'on ait $P_n \geq 0,9999$. (0,5 pt)

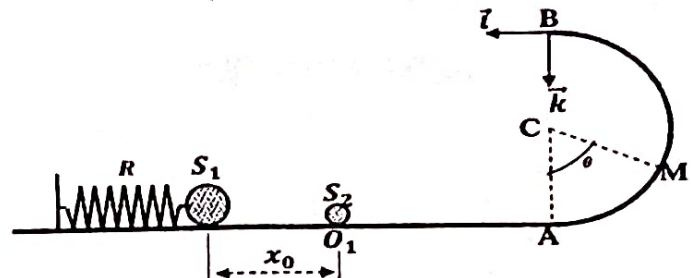
Exercice 2 (10 pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et l'unité graphique est 2cm.

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \left(2 - \frac{2}{x}\right)(\ln x - 1)$. ($\mathcal{C}$) sa courbe représentative dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- 1- Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$. (1pt)
- 2- Montrer que f est dérivable sur $]0; +\infty[$ puis calcule $f'(x)$. (1pt)
- 3- Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = 2 \ln x + 2x + 4$.
 - a) Etudier le sens de variation de g sur $]0; +\infty[$ puis dresser son tableau de variation. (1pt)
 - b) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $[1; 2]$. (1pt)
 - c) En déduire le signe de g sur $]0; +\infty[$. (1pt)
- 4-a) Etudier le signe, le sens de variation de f et dresser son tableau de variation sur $]0; +\infty[$. (1,5pt)
- b) Montrer que $f(\alpha) = -\frac{2(\alpha-1)^2}{\alpha}$. (0,5pt)
- c) Calculer $f(1)$ et $f(e)$. (1pt)
- d) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et donner une interprétation du résultat obtenu. (1pt)
- 5- Construire ($\mathcal{C}$). On prendra $\alpha = 1,75$ et $f(\alpha) = -0,6$. (1pt)

On dispose d'un ressort R de constante de raideur k sur la partie rectiligne. L'une des extrémités du ressort est fixe, l'autre est reliée à un solide (S_1) de masse m_1 . A l'équilibre (S_1) est au point O_1 tel que $O_1A = 2r$. On déplace S_1 d'une distance x_0 et on le lâche sans vitesse initiale. Une bille S_2 de masse $m_2 = m_1/2$ initialement au repos en O_1 est propulsée avec une vitesse $\vec{v}_0$ lors d'un choc parfaitement élastique avec S_1 . Dans tout l'exercice, on négligera les frottements.



I- Etude du mouvement de solide S_1

1. Sur un schéma clair représentez toutes les forces extérieures qui s'appliquent sur S_1 . (2pts)
2. En appliquant le théorème de centre d'inertie, établissez l'équation différentielle du mouvement de S_1 et son équation horaire $X(t)$. (2pts)
3. Montrez que son énergie mécanique est une constante. (1pt)
4. En utilisant la conservation de l'énergie mécanique, donnez l'expression de la vitesse v de S_1 en O_1 . (1pt)

II- Etude du mouvement de S_2

1. Déterminez les vitesses V_1 et V_0 respectivement de S_1 et S_2 après le choc. (2pts)
2. Quelle est l'expression de la réaction R du plan circulaire (AB) au point M. (2pts)
3. Quelle est la valeur minimale de V_0 pour que le solide S_2 atteigne le point B sans quitter la piste circulaire. (2pts)

Données : $k = 10 \text{ N.m}^{-1}$; $m_1 = 100 \text{ g}$; $r = 20 \text{ cm}$.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m_1}x = 0$$

$$x(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \sqrt{\frac{10}{0.1}} = 10 \text{ rad/s}$$

$$x(0) = x_0 = 0.1 \text{ m}$$

$$\dot{x}(0) = 0$$

$$A = 0.1 \text{ m}$$

$$B = 0$$

$$x(t) = 0.1 \cos(10t)$$

$$\dot{x}(t) = -1 \sin(10t)$$

$$\dot{x}(0) = 0$$

$$v(0) = 0$$

UNIVERSITE DE LOME

CONCOURS D'ENTREE A L'ECOLE POLYTECHNIQUE DE LOME (EPL)

Année 2025

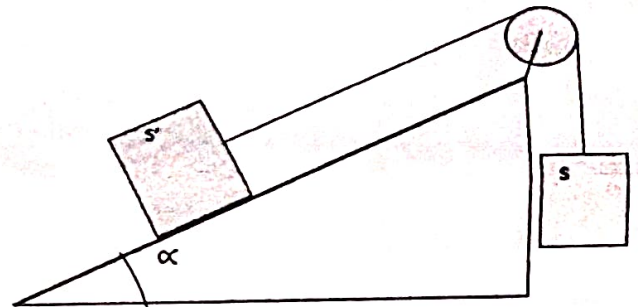
TYPE: LICENCE FONDAMENTALE EN SCIENCE DE L'INGENIEUR
PARCOURS: GENIE CIVIL (GC)

Epreuve de Physique (Durée : 2 heures ; Coef.)

Exercice 1 : Mouvement de rotation : Machine d'Atwood (8 pts)

Une machine d'Atwood est constituée par une poulie de moment J , de rayon r , sur laquelle passe un fil qui relie deux solides S et S' de masse M et M' ($M > M'$). S' glisse sur un plan incliné de ligne de plus grande pente ($x'x$) incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale. On laisse aller le système sans vitesse initiale. S prend un mouvement vertical descendant (Figure1).

Figure1



1. Faites le bilan de toutes les forces extérieures agissant sur l'ensemble du système (S , S' et poulie) et les représentées. (2pts)
2. Quelle est la nature du mouvement de S ? Déterminez son accélération. Les frottements sont négligeables. (1,5pt)
3. Déterminez la tension de chaque brin de fil. Expliquez la différence de tension. (1,5pt)
4. Au moment où S a la vitesse $v_0 = 2\text{m/s}$, il se détache du fil alors qu'il se trouve à la hauteur h de la surface libre d'une eau profonde.
 - a) Calculez la hauteur h sachant que S arrive à la surface de l'eau avec une vitesse $v_1 = 8\text{m/s}$. (1,5pt)
 - b) Avec la vitesse v_1 , le solide S s'immerge totalement dans l'eau jusqu'à la profondeur $h' = 3\text{m}$ et remonte vers la surface de l'eau. Calculez la densité du solide S , sachant la poussée d'Archimède a pour expression $F = \mu_e V g$. (1,5pt)

Données : $M = 80\text{g}$; $M' = 60\text{g}$; $r = 10\text{cm}$; $J = 6 \cdot 10^{-4} \text{kg.m}^2$; $g = 10 \text{m.s}^{-2}$.

Exercice 2 : Mécanique (12 pts)

Une piste située dans un plan vertical est constituée de deux parties. Une partie rectiligne (OA) et une partie circulaire (AB) de centre C et de rayon r .